

基于载荷当量安装误差的面齿轮 振动特性

王延忠, 唐 文, 兰 州, 初晓孟, 刘 旸
(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 以面齿轮传动系统为研究对象, 考虑载荷作用下面齿轮传动系统中支撑结构变形和轮齿弹性变形, 通过将传动系统变形等效到面齿轮和直齿轮安装误差方向, 建立包含当量安装误差的面齿轮多自由度耦合振动分析模型; 采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解了面齿轮传动系统运动微分方程, 得到了当量安装误差对面齿轮振动加速度和法向动态啮合力的影响; 开展了面齿轮动态特性测试试验, 试验结果表明: 偏置距误差和轴交角误差引起的面齿轮沿 x 方向振动加速度大于沿 z 方向振动加速度; 偏置距误差对面齿轮 x 方向振动加速度的影响大于轴交角误差。

关 键 词: 面齿轮; 当量安装误差; 振动特性; 动态响应; 振动加速度

中图分类号: V23; TH132.4

文献标志码: A

Vibration characteristic for face gear based on load equivalent installation errors

WANG Yanzhong, TANG Wen, LAN Zhou, CHU Xiaomeng, LIU Yang
(School of Mechanical Engineering and Automation,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Considering the support structure deformation and tooth elastic deformation of the face gear drive, a multi degree of freedom coupling vibration analysis model including equivalent installation errors was established by converting the transmission deformation into installation errors. Fourth order Runge-Kutta method was adopted to solve the differential equation of face gear drive. The influences of equivalent installation errors on the vibration acceleration and the dynamic meshing force of the face gear were obtained. The dynamic characteristics experiments for face gear drive were performed. The experimental results showed that the vibration acceleration along x direction caused by offset and shaft angle error was larger than that along z direction. The influence of vibration acceleration along x direction caused by offset error was larger than that caused by shaft angle error.

Key words: face gear; equivalent installation error; vibration characteristic; dynamic response; vibration acceleration

收稿日期: 2016-10-23

基金项目: 国家自然科学基金(51275020); 国家科技支撑计划课题(2014BAF08B01);
技术基础科研项目(Z132014xx)

作者简介: 王延忠(1963—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空精密齿轮传动技术研究。

通讯作者: 初晓孟(1985—), 男, 博士生, 主要从事面齿轮设计与加工技术研究。E-mail: ethzym@126.com

引用格式: 王延忠, 唐文, 兰州, 等. 基于载荷当量安装误差的面齿轮振动特性[J]. 航空动力学报, 2018, 33(4): 989-998. WANG Yanzhong, TANG Wen, LAN Zhou, et al. Vibration characteristic for face gear based on load equivalent installation errors [J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(4): 989-998.

面齿轮传动作为一种新型动力传动形式,具有传递扭矩大、结构紧凑、互换性高和可功率分流等特点^[1-4],在航空动力传动领域拥有广阔的应用前景。美国和德国已成功将面齿轮应用在直升机和汽车传动系统中,取得了良好的实际效果。国内外学者在面齿轮设计理论、啮合特性分析、强度性能分析、专用加工刀具设计和数控加工技术等方面^[5-12]开展了大量研究工作。在面齿轮非线性振动特性研究方面,靳广虎等^[13]建立了面齿轮多自由度耦合振动动力学模型,研究了齿侧间隙对面齿轮动态特性的影响。陈广艳等^[14]建立了面齿轮主减速器传动系统动力学模型,分析了不同飞行状态对面齿轮动载荷系数的影响。杨振等^[15-16]建立了包含齿侧间隙、时变啮合刚度等参数的面齿轮弯-扭耦合动力学模型,研究面齿轮传动系统的分岔特性。李政民卿等^[17]研究了面齿轮轮齿刚度计算方法,分析了面齿轮设计参数对刚度的影响。李晓贞等^[18]研究了圆柱齿轮修形参数对面齿轮传动系统动态响应的影响。在载荷作用下面齿轮传动系统发生变形,系统变形对面齿轮振动特性的影响在国内外还未提及。

本文考虑载荷作用下面齿轮传动系统中支撑结构变形和轮齿弹性变形,通过将传动系统变形等效到面齿轮和直齿轮安装误差方向,建立包含当量安装误差的面齿轮多自由度耦合振动分析模

型,分析了当量安装误差对面齿轮动态特性的影响,并通过试验对分析结果进行了验证。

1 面齿轮传动系统当量安装误差模型

面齿轮副在加载啮合传动过程中将发生变形,这些变形由齿轮副支撑系统的变形和轮齿自身的变形组成。本文引入载荷当量安装误差的概念,即把由于载荷作用而引起的啮合齿面相对位置变化,等效到面齿轮和直齿轮的初始安装误差值 ΔE 和 $\Delta \gamma$ 。

建立如图 1 所示的面齿轮传动支撑系统弹性变形坐标系,坐标系 $\{O_{sr}, i_r, j_r, k_r\}$ 和 $\{O_{sl}, i_l, j_l, k_l\}$ 建立 在面齿轮和直齿轮支撑轴轴线上,图中 k_r 轴和 k_l 轴方向分别沿面齿轮和直齿轮轴轴线, i_r 轴和 i_l 轴方向分别从原点 O_{sr} 和 O_{sl} 指向啮合接触点 $M(x, y, z)$, 假设直齿轮支承轴的扭转变形为 $\Delta \varphi_f$, 轴向变形 f_{zf} , 弯曲变形 f_{xf} 、 f_{yf} , 直齿轮支撑轴承的变形分别为 δ_{xf} 、 δ_{yf} 、 δ_{zf} ; 面齿轮支承轴的扭转变形 $\Delta \varphi_q$, 轴向变形 f_{zq} , 弯曲变形 f_{xq} 、 f_{yq} , 面齿轮支撑轴承的变形分别为 δ_{xq} 、 δ_{yq} 、 δ_{zq} 。将轮齿在载荷作用下支撑系统和轮齿的变形引起的误差等效到直齿轮和面齿轮轴线偏置距误差 ΔE 和两轴之间的夹角误差 $\Delta \gamma$ 上。则 ΔE 和 $\Delta \gamma$ 可表示为

$$\Delta E = (R_g \Delta \varphi_q + f_{xq} + \delta_{xq}) \cos \epsilon + (f_{yq} + \delta_{yq}) \sin \epsilon + (f_{yf} + \delta_{yf}) \sin \eta + (R_p \Delta \varphi_f + f_{xf} + \delta_{xf}) \cos \eta$$
$$\Delta \gamma = \arctan \frac{(R_g \Delta \varphi_f + f_{xf} + \delta_{xf}) \sin \epsilon + (f_{yf} + \delta_{yf}) \cos \epsilon + f_{zf} + \delta_{zf}}{(R_g \Delta \varphi_q + f_{xq} + \delta_{xq}) \sin \eta + (f_{yq} + \delta_{yq}) \cos \eta + f_{zq} + \delta_{zq}}$$

式中 R_g 、 R_p 分别为面齿轮和直齿轮在啮合点 M 的半径; ϵ 、 η 分别为面齿轮和直齿轮在啮合点 M 的偏置角。

2 面齿轮传动系统非线性动力学方程

2.1 面齿轮传动系统耦合振动模型

考虑面齿轮传动系统中支承元件的振动和轮齿啮合传动过程中的振动,建立面齿轮传动系统的多自由度耦合振动模型,如图 2 所示。

在面齿轮传动系统耦合振动模型中, y 轴和 z 轴分别为直齿轮和面齿轮的轴线,以其交点为原点建立模型的坐标系。考虑模型中的激励类型,通过集中参数法建立面齿轮传动系统的弯-扭-轴-摆耦合分析模型。将直齿轮和面齿轮视为集中质量和集中惯量,支撑轴视为无质量的刚体,轴承的弹性支撑通过弹簧和阻尼器来模拟。面齿轮副在传动过程中,啮合齿面间存在着法向

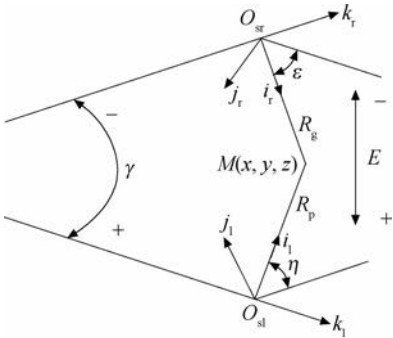


图 1 面齿轮传动系统弹性变形坐标系
Fig. 1 Coordinate system of face gear drive elastic deformation

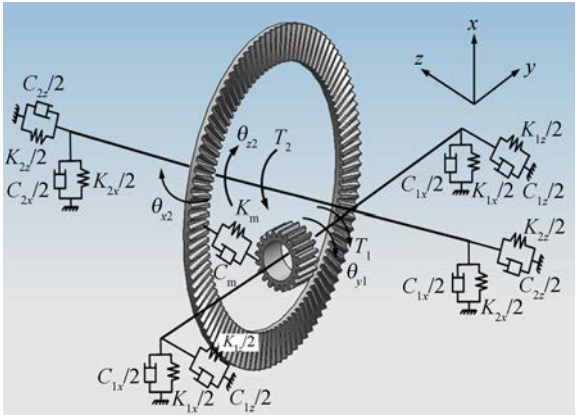


图 2 面齿轮传动系统多自由度振动模型
Fig. 2 Vibration model of face gear drive

动态啮合力,同时直齿轮上存在径向分力和圆周分力,在面齿轮上产生轴向分力和圆周分力。面齿轮传动系统耦合振动系统共有 7 个自由度,如下所示:

- 1) 弯曲振动:直齿轮在 x, z 轴方向的平动表示为 x_1, z_1 ,面齿轮在 x 轴方向的平动表示为 x_2 。
- 2) 轴向振动:面齿轮在 z 轴方向的平动表示为 z_2 。
- 3) 扭摆振动:面齿轮在 x 轴方向的扭摆表示为 θ_{x2} 。
- 4) 扭转振动:直齿轮在 y 轴方向的转动表示为 θ_{y1} ,面齿轮在 z 轴方向的转动表示为 θ_{z2} 。

则面齿轮传动耦合振动的广义自由度矩阵表示为 $[x_1, z_1, \theta_{y1}, x_2, z_2, \theta_{x2}, \theta_{z2}]^T$ 。

2.2 面齿轮传动耦合振动方程

一般说来,齿轮轮齿啮合的重合度大多不是整数,啮合过程中同时参与啮合的齿对数随时间而周期变化,因而轮齿的啮合综合刚度是随时间周期变化的。这样,弹性的啮合轮齿可以简化成为沿啮合线方向的时变弹簧。设弹簧的刚度为 $k_m(t)$,则相应的轮齿啮合力 F_k 可以表示为

$$F_k = k_m(t)[y_p(t) - y_g(t)] \quad (3)$$

式中 $y_p(t)$ 和 $y_g(t)$ 分别为主、被动齿轮基圆上一点的线振动位移。

面齿轮副在传动过程中振动和误差会在面齿轮啮合齿面法线方向上产生相对位移 λ_n

$$\begin{aligned} \lambda_n = & (x_1 + r_1 \theta_{y1}) \cos \alpha + z_1 \sin \alpha - \\ & (x_2 + r_2 \theta_{x2}) \cos \alpha - (z_2 + r_2 \theta_{z2}) \sin \alpha - e_n(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 r_1, r_2 分别为面齿轮副的啮合点半径; α 为法面压力角; $e_n(t)$ 为面齿轮副法线方向上的传动误差。

法向动态啮合力及其在 x 和 z 方向的分量可以表示为

$$\begin{cases} F_n = k_m \lambda_n + c_m \dot{\lambda}_n \\ F_x = F_n \cos \alpha \\ F_z = F_n \sin \alpha \end{cases} \quad (5)$$

式中 k_m 为振动模型中的平均啮合刚度, c_m 为振动模型中的平均啮合阻尼。

分别对面齿轮传动系统各振动方向列出运动微分方程,则可以得到传动系统的振动方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_{1x} \dot{x}_1 + k_{1x} x_1 = -F_x \\ m_1 \ddot{z}_1 + c_{1z} \dot{z}_1 + k_{1z} z_1 = -F_z \\ J_{1y} \ddot{\theta}_{y1} = T_1 - F_n r_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_{2x} \dot{x}_2 + k_{2x} x_2 = F_x \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_{2z} \dot{z}_2 + k_{2z} z_2 = F_z \\ J_{2x} \ddot{\theta}_{x2} + c_{\theta x2} \dot{\theta}_{x2} + k_{\theta x2} \theta_{x2} = F_z r_2 \\ J_{2z} \ddot{\theta}_{z2} = F_n r_2 - T_2 \end{cases} \quad (6)$$

式中 m_1, m_2 分别为直齿轮和面齿轮的集中质量; J_{1y} 为直齿轮在 y 轴的转动惯量; J_{2x}, J_{2z} 分别为面齿轮在 x 轴和 z 轴的转动惯量; k_{ij}, c_{ij} ($i=1, 2; j=x, z$) 分别为面齿轮副在 x 轴和 z 轴方向上的支撑刚度和阻尼; T_1 作为输入扭矩作用在直齿轮上, T_2 作为载荷扭矩作用在面齿轮上; $k_{\theta x2}, c_{\theta x2}$ 分别为面齿轮在 x 轴的扭摆振动刚度及阻尼。

2.3 面齿轮传动系统激励分析

齿轮啮合动态激励是齿轮系统产生振动和噪声的基本原因,主要有外部激励和内部激励两种类型,其中外部激励主要是指驱动和载荷扭矩;而内部激励主要包括面齿轮副的啮合刚度激励和误差激励。内部激励的存在是齿轮传动与一般机械系统的不同之处,内部激励是由于同时啮合齿对数变化、轮齿受载变形、齿轮制造误差等因素引起的。由于这些内部激励的存在,即使没有外部激励,齿轮传动系统也会产生振动和噪声。

2.3.1 刚度激励

由于啮合过程中同时参与啮合的轮齿对数随时间作周期性变化,使面齿轮传动系统的综合啮合刚度随着时间作周期性变化,引起啮合过程的动态刚度激励。对于面齿轮来说,由于面齿轮的齿面复杂,齿厚沿齿长方向是变化的,因此目前尚未有可以计算出面齿轮综合啮合刚度的解析方法。面齿轮的重合度一般为 1.6~1.8,在一个啮合周期内面齿轮副存在双齿啮合和单齿啮合,因此,面齿轮副的综合啮合刚度是一个周期函数。

本文通过有限元分析软件 Abaqus 求解轮齿的综合啮合刚度,考虑多种变形因素将当量安装误差施加到面齿轮有限元模型中,通过改变直齿轮和面齿轮之间的装配关系来实现误差的模拟,此时对应面齿轮齿面上不同的接触区域,可以得到误差影响下的面齿轮副的综合啮合刚度。

齿轮的单齿啮合刚度可表达为

$$k_n = \frac{F_c}{u_n}$$

(7)

式中 u_n 为单齿对综合弹性变形。

在有限元分析计算中,由于面齿轮轮齿综合弹性变形随啮合接触点变化,因此提取出齿面上数值大于 0 的节点,得到轮齿形变位移时间曲线,如图 3 所示;位移平均值曲线如图 4 所示。

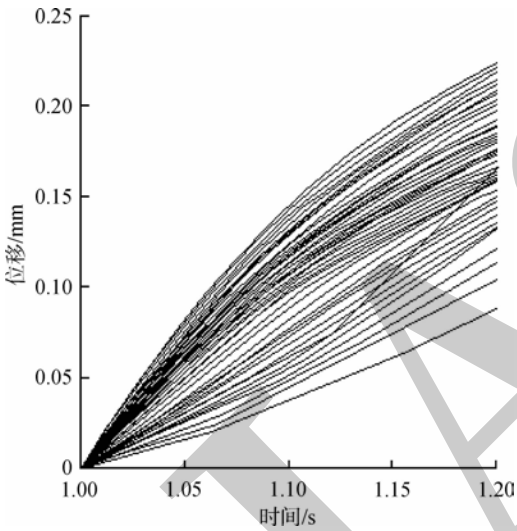


图 3 面齿轮接触点形变位移

Fig. 3 Displacement of face gear contact point

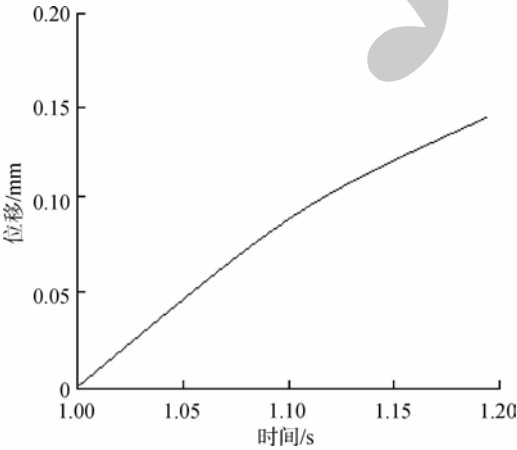


图 4 面齿轮接触点形变位移平均值

Fig. 4 Average displacement of face gear contact point

根据式(6)、图 3 和图 4 所示曲线可以得到面齿轮单齿啮合刚度随时间变化。采用同样的方法,可以计算得到直齿轮单齿啮合刚度。最后,单对齿的综合啮合刚度可以通过下式计算:

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

(8)

式中 k 为综合啮合刚度, k_1 为直齿轮单齿啮合刚度, k_2 为面齿轮单齿啮合刚度。表 1 为单齿对综合啮合刚度。面齿轮副相邻两对轮齿在传动过程中经历单齿-双齿啮合过程,通过将单齿啮合刚度进行线性叠加可以得到面齿轮传动的综合啮合刚度。

表 1 单齿对综合啮合刚度

Table 1 Synthesis meshing stiffness for single tooth

面齿轮转角/(°)	单齿对综合啮合刚度/(MN/m)
1	0.143 7
2	0.148 1
3	0.158 2
4	0.165 5
5	0.169 1
6	0.161 4
7	0.156 7
8	0.153 7
9	0.151 2
10	0.139 3

面齿轮副相邻两对齿在传动过程中可能同时参与啮合,此时单齿啮合刚度的线性叠加为其综合啮合刚度,根据表 1 据及面齿轮重合度的定义绘制出面齿轮副的综合啮合刚度 k' 的曲线图 5。

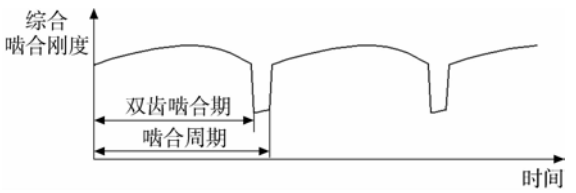


图 5 齿轮副的综合啮合刚度

Fig. 5 Synthesis meshing stiffness for gear pair

由图 5 以分析出面齿轮的综合啮合刚度是随着时间而变化的,但是其具有较为明显的阶跃性质,面齿轮的高重合度使其在一个啮合周期的大部分时间为双齿啮合,因此整个面齿轮副的综合啮合刚度与双齿啮合期的综合啮合刚度相差不

多,可以认为面齿轮副的综合啮合刚度为以其平均值为基准的微小波动。

2.3.2 误差激励

加工误差和安装误差会改变面齿轮传动的接触区域及啮合方式,破坏齿轮的正确啮合方式,改变面齿轮的瞬时传动比,造成啮合齿与齿之间发生碰撞和冲击,产生面齿轮啮合的误差激励。为了简化计算,根据齿轮精度等级所规定的齿轮偏差,取齿距累积公差,用简谐函数表示轮齿啮合误差,则齿形误差和基节误差用正弦函数表示为

$$e(t) = e_0 + e_r \sin(\omega_n + \phi) \tag{9}$$

式中 $e(t)$ 为齿轮的齿形误差和基节误差随时间 t 变化的函数; e_0 和 e_r 分别为轮齿误差的常值和幅值,通常取 $e_0 = 0$; ω_n 为啮合角频率,取 $\omega_n = \frac{2\pi n N}{60}$; n 为齿轮的转速, N 为齿轮的齿数, ϕ 为相位角,一般取 $\phi = 0$ 。

3 当量安装误差对面齿轮动态特性影响分析

根据表 2 中所示参数,使用 4 阶变步长自适应 Runge-Kutta 数值积分方法,求解面齿轮传动系统运动微分方程,得到不同当量安装误差下面齿轮传动系统的动态响应。

3.1 偏置距误差对面齿轮动态响应的影响

图 6 所示为在啮合周期内面齿轮动态响应随偏置距误差的变化曲线。从图中可以看出,存在偏置距误差时面齿轮沿 x 方向的振动加速度大

于沿 z 方向。偏置距误差为正时,面齿轮沿 x 方向、 z 方向振动加速度及法向动态啮合力均大于偏置距误差为负时。

表 2 面齿轮动态特性分析主要参数

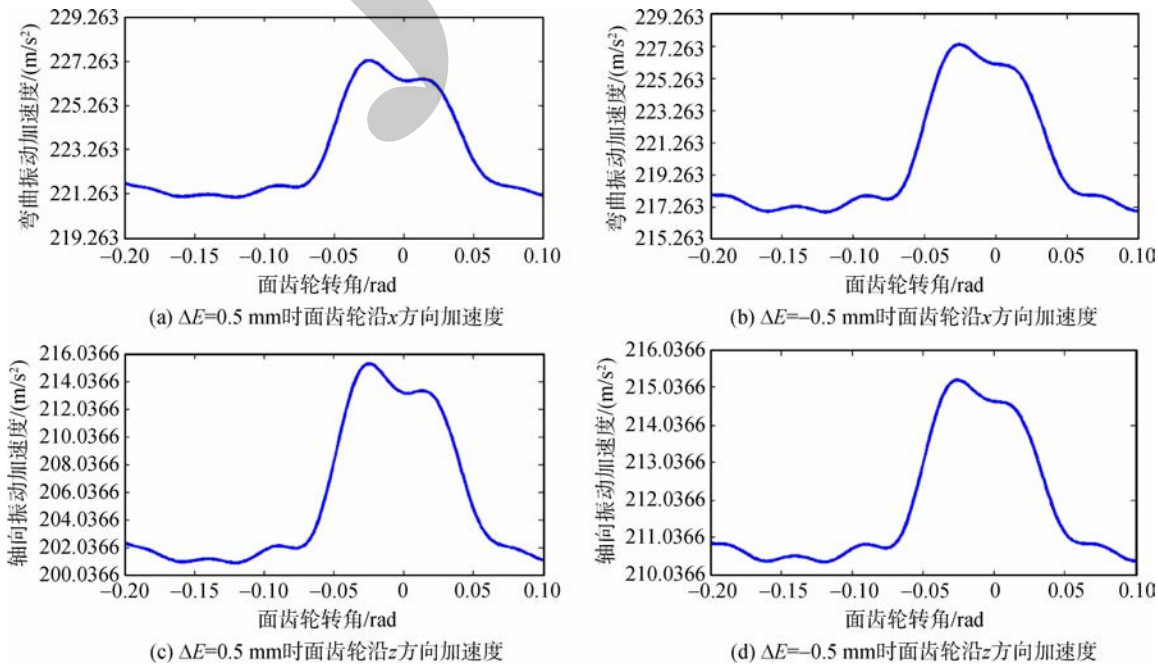
Table 2 Parameters for face gear dynamic characteristics analysis

参数	数值	
	直齿轮	面齿轮
齿数 N	24	31
模数 m/mm	8	8
压力角 $\alpha/(\text{^\circ})$	25	25
转速 $n/(\text{r}/\text{min})$	2 500	1 048
齿宽 b/mm	30	30
扭矩 $T/(\text{N} \cdot \text{m})$	2 096	5 000
质量 M/kg	5.5	15.5
转动惯量 $J/(\text{g} \cdot \text{m}^2)$	$J_{1y} = 440$	$J_{2x} = 320, J_{2z} = 720$

将偏置距误差和误差激励代入面齿轮振动微分方程中,计算得到面齿轮动态响应随时间变化历程如图 7 所示。从图 7 中可以看出,在偏置距误差影响下,面齿轮沿 x 方向振动加速度大于沿 z 方向。偏置距误差为正时,面齿轮沿 x 方向、 z 方向振动加速度和法向最大啮合力均大于偏置距误差为负时。

3.2 轴交角误差对面齿轮动态响应的影响

图 8 所示为在啮合周期内面齿轮动态响应随



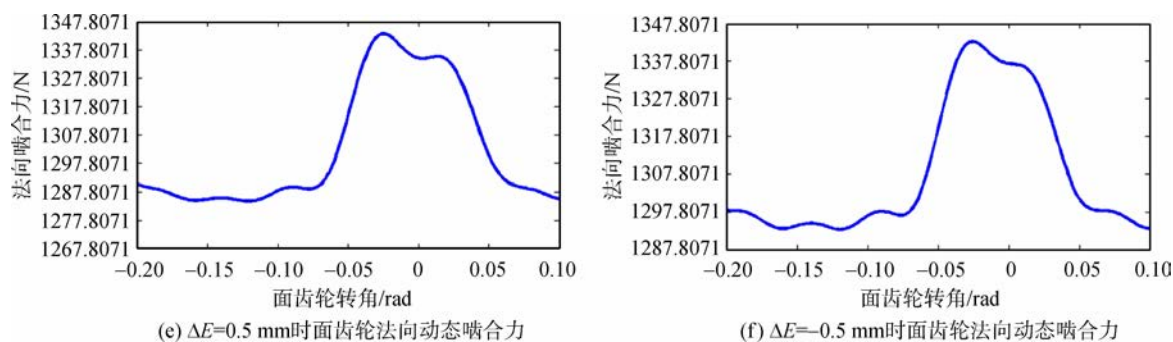


图 6 偏置距误差影响下面齿轮啮合周期内动态响应
Fig. 6 Dynamic response of face gear under offset error

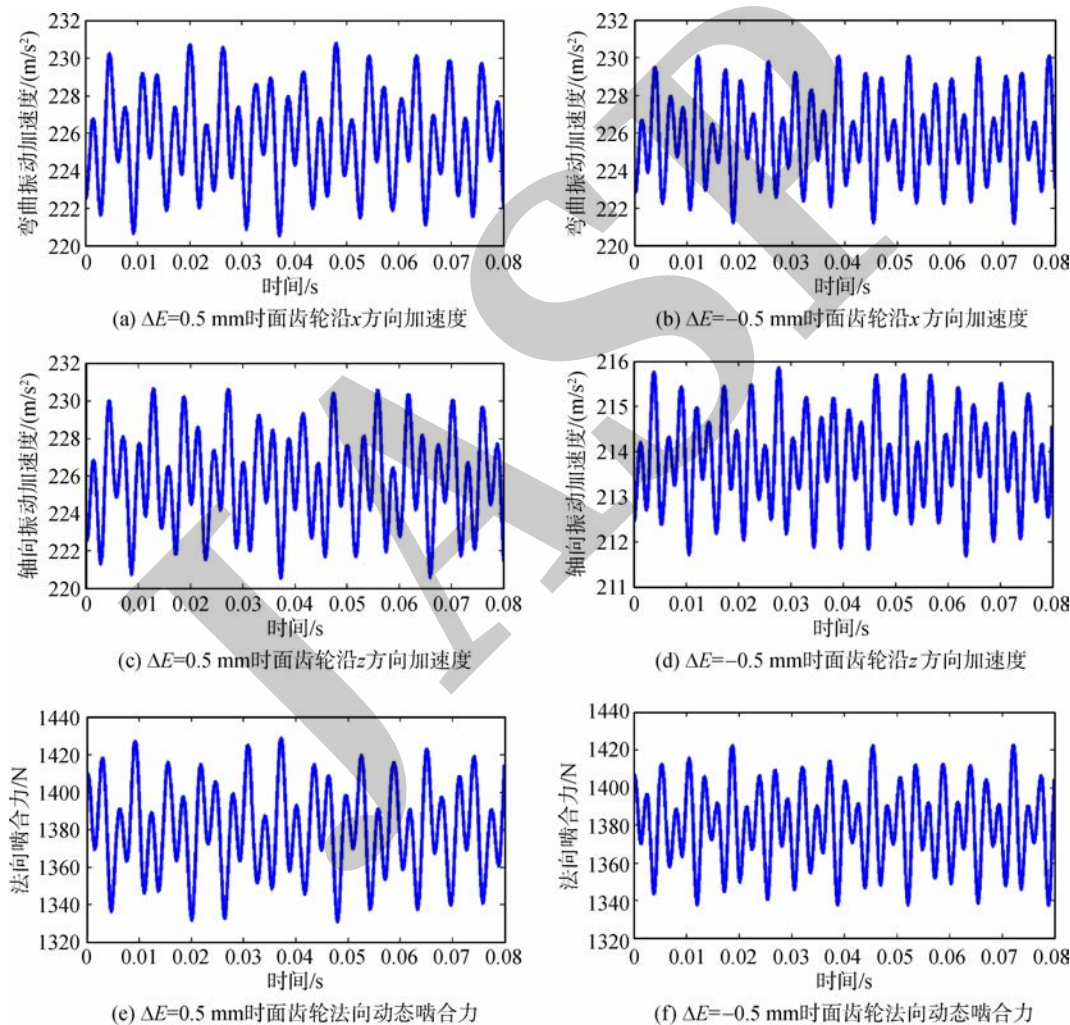


图 7 偏置距误差影响下面齿轮动态响应随时间变化历程
Fig. 7 Face gear dynamic response with time under offset error

轴交角误差的变化曲线。从图中可以看出,存在轴交角误差时面齿轮沿 x 方向的振动加速度大于沿 z 方向。轴交角误差为正时,面齿轮沿 x 方向振动加速度小于轴交角误差为负时,面齿轮沿 z 方向振动加速和法向动态啮合力大于轴交角误差为负时。

将轴交角误差和误差激励代入面齿轮振动微分方程中,计算得到面齿轮动态响应随时间变化历程如图 9 所示。从图中可以看出,在轴交角误差影响下,面齿轮沿 x 方向振动加速度大于沿 z 方向。轴交角误差为正时,面齿轮沿 x 方向、 z 方向振动加速度和法向最大啮合力均大于轴交角误差为负时。

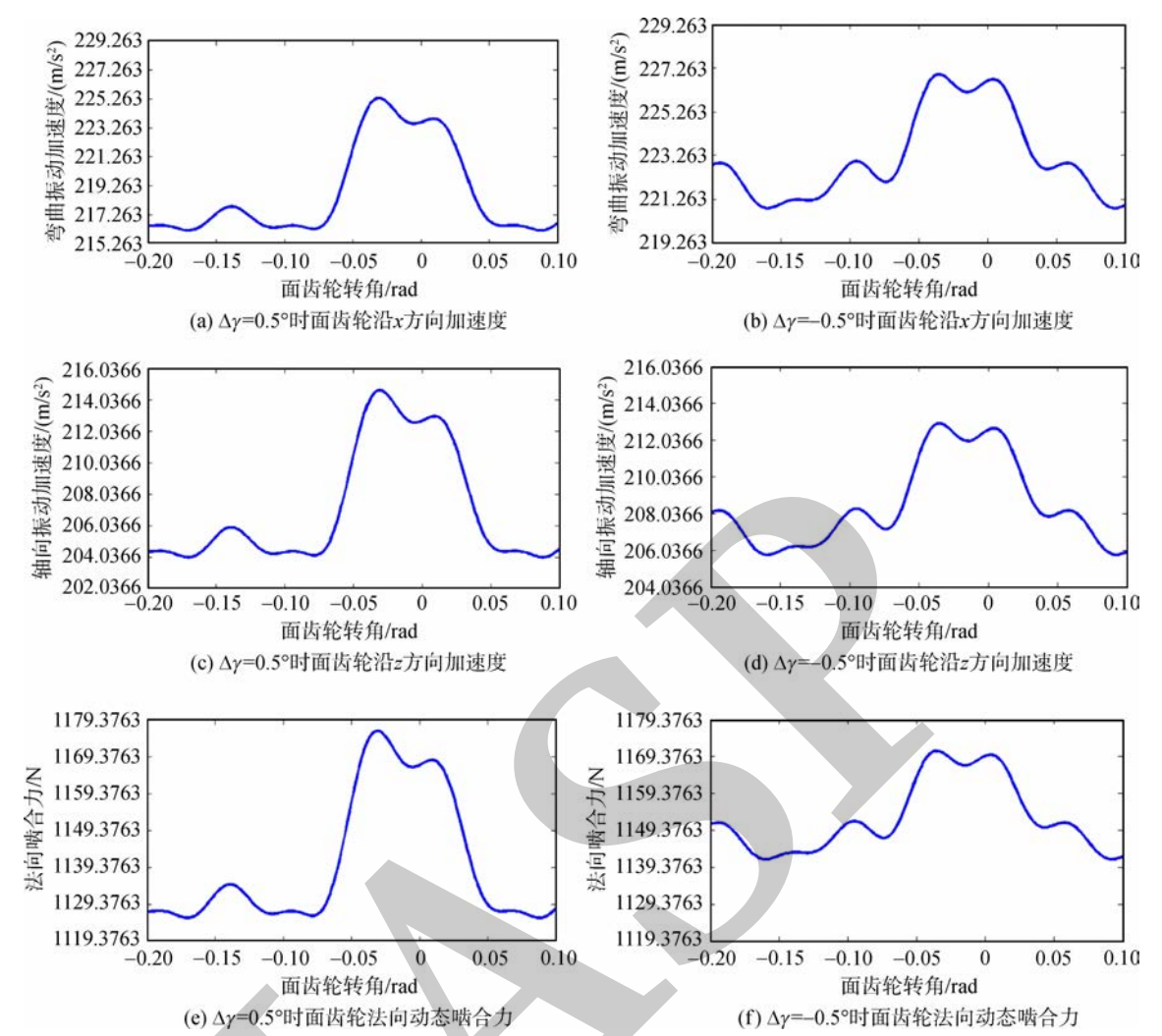
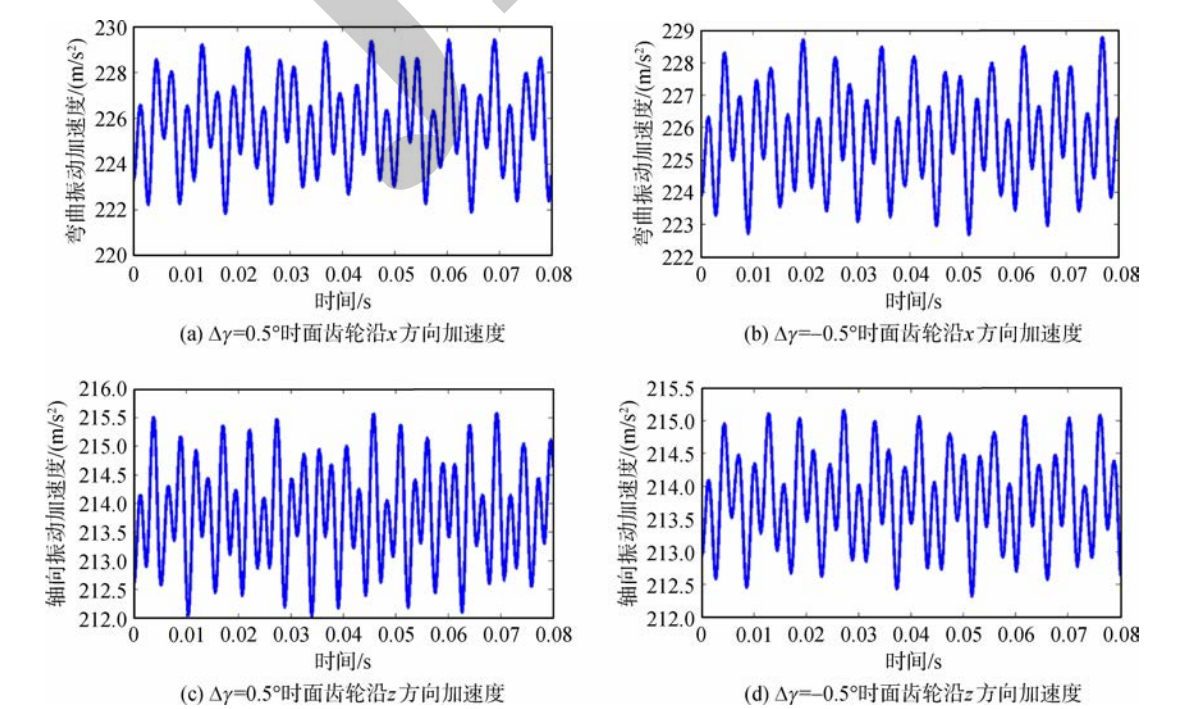


图 8 轴交角误差影响下面齿轮啮合周期内动态响应
Fig. 8 Dynamic response of face gear under shaft angle error



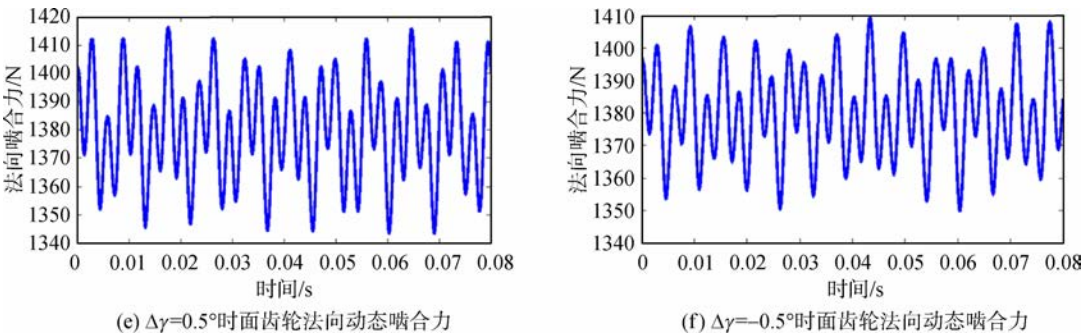


图 9 轴交角误差影响下面齿轮动态响应随时间变化历程

Fig. 9 Face gear dynamic response with time under shaft angle error

差为负时。

4 面齿轮动态特性测试试验

为了验证上述分析方法的正确性,设计并搭建了面齿轮动态特性测试试验台(如图 10 所示),测试不同安装误差影响下的面齿轮振动加速度响应。试验台驱动电动机为调频电动机,额定功率为 1.5 kW,额定转速为 1 400 r/min,通过变频器调节电机转速。加载器选用 CZ-20 型磁粉制动器,额定扭矩为 200 N·m,激磁电流为 2 A,磁粉制动器由 WLK-3AⅢ型控制器提供激磁电流,以调节磁粉制动器输出扭矩。使用 data acquisition signal processing(DASP)动态信号测试与分析系统采集面齿轮在传动过程中的振动加速度。

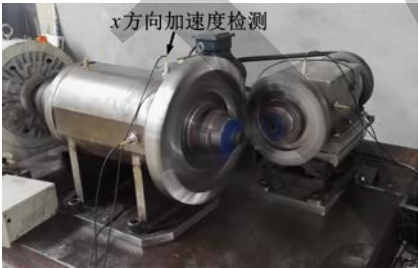


图 10 面齿轮动态特性测试试验台

Fig. 10 Test rig of face gear dynamic characteristics

将面齿轮和直齿轮按理论位置安装在啮合试验台上,启动电机和磁粉制动器,设置电动机转速为 1000 r/min,负载扭矩为 150 N·m,检测面齿轮在不同安装误差下沿 x 方向的振动加速度。

4.1 偏置距误差对面齿轮振动加速度影响

改变面齿轮和直齿轮之间的安装偏置距,检测偏置距误差分别为 $\Delta E = \pm 0.5$ mm 时面齿轮沿 x 方向的振动加速度,如图 11 所示。

从加速度检测结果可以看出,当偏置距误差为 $\Delta E = 0.5$ mm 时,面齿轮沿 x 方向的振动加速

度幅值为 50.26 m/s^2 ;偏置距误差 $\Delta E = 0.5$ mm 时,面齿轮沿 x 方向的振动加速度幅值为 43.57 m/s^2 。偏置距误差为正值时,对面齿轮沿 x 方向振动加速度影响大于偏置距误差为负值时。

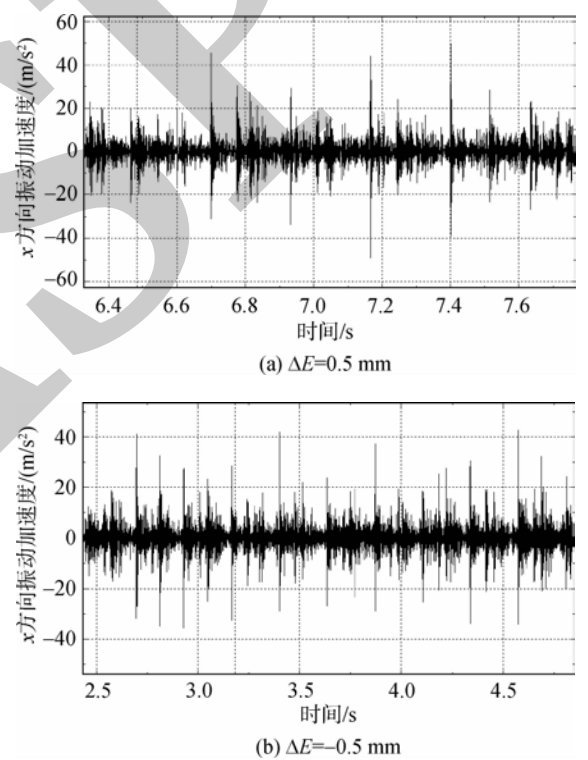


图 11 偏置距误差影响下面齿轮振动加速度响应

Fig. 11 Vibration acceleration response of face gear under offset error

4.2 轴交角误差对面齿轮振动加速度影响

改变面齿轮和直齿轮之间的安装角度,检测轴交角误差分别为 $\Delta\gamma = \pm 0.5^\circ$ 时面齿轮沿 x 方向的振动加速度,如图 12 所示。

从加速度检测结果可以看出,当偏置距误差为 $\Delta\gamma = 0.5^\circ$ 时,面齿轮沿 x 方向的振动加速度幅值为 38.72 m/s^2 ;偏置距误差为 $\Delta\gamma = -0.5^\circ$ 时,面齿轮沿 x 方向的振动加速度幅值为 36.14

m/s^2 。轴交角误差为正值时,对面齿轮沿 x 方向振动加速度影响大于轴交角误差为负值时。

从图 11 和图 12 可以看出,偏置距误差对面齿轮 x 方向振动加速度的影响大于轴交角误差,试验结果与理论分析结果一致。

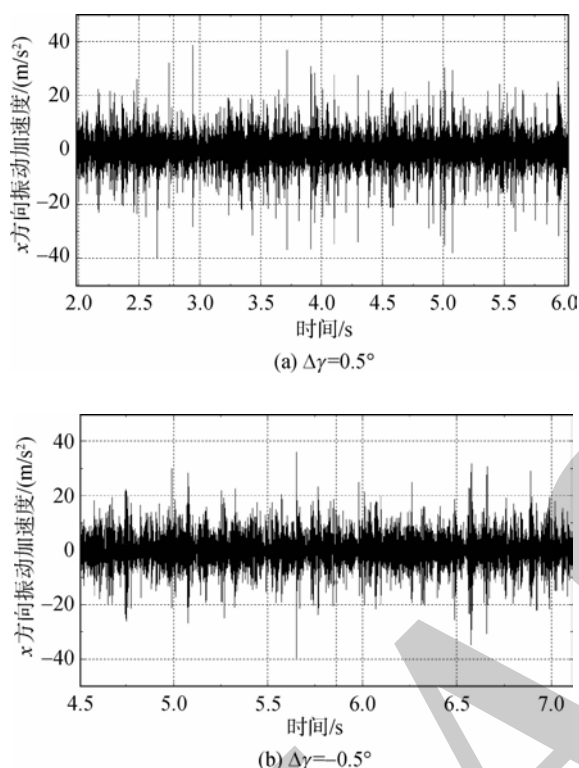


图 12 轴交角误差影响下面齿轮振动加速度响应

Fig. 12 Vibration acceleration response of face gear under shaft angle error

5 结 论

1) 考虑载荷作用下面齿轮传动系统中支撑结构变形和轮齿弹性变形,通过将传动系统变形等效到面齿轮和直齿轮安装误差方向,建立了面齿轮传动系统当量安装误差模型。

2) 采用集中质量法,建立了包含时变啮合刚度、综合传动误差和当量安装误差等参数的面齿轮传动系统非线性动力学分析模型,采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解了面齿轮传动系统运动微分方程,获得了当量安装误差对面齿轮振动加速度和法向动态啮合力等动态响应。

3) 偏置距误差和轴交角误差引起的面齿轮沿 x 方向的振动加速度大于沿 z 方向;偏置距误差和轴交角误差为正时,面齿轮振动加速度和法向动态啮合力随时间变化幅值均大于偏置距误差为负时。

4) 面齿轮传动系统振动加速度检测试验表明,偏置距误差和轴交角误差为正值时,面齿轮沿 x 方向振动加速度幅值大于偏置距误差和轴交角误差为负值时;偏置距误差对面齿轮 x 方向振动加速度的影响大于轴交角误差。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, ALFONSO F, CLAUDIO Z, et al. Face gear drive with spur involute pinion: geometry, generation by a worm, stress analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(25): 2785-2813.
- [2] LITVIN F L, ZHANG Y, WANG J C, et al. Design and geometry of face-gear drives [J]. Transactions of the ASME, 1992, 114(4): 642-647.
- [3] LITVIN F L, EGELJA A, TAN J, et al. Computerized design, generation and simulation of meshing of orthogonal offset face-gear drive with a spur involute pinion with localized bearing contact[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(1): 87-102.
- [4] LITVIN F L, VECHIATO D, GUROVICH E, et al. Computerized developments in design, generation, simulation of meshing, and stress analysis of gear drives[J]. Meccanica, 2005, 40(3): 291-324.
- [5] LITVIN F L, FUENTES A, HAWKINS J M, et al. Design, generation and tooth contact analysis (TCA) of asymmetric face gear drive with modified geometry[R]. NASA/TM-2001-210614, 2001.
- [6] GUINGAND M, VAUJANY J P, ICARD Y. Quasi-static analysis of a face gear under torque[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(39/40/41): 4301-4318.
- [7] INOUE T, KUROKAWA S. Derivation of path of contact and tooth flank modification by minimizing transmission error on face gear[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2012, 6(1): 15-22.
- [8] LIN C, LIU Y, GU S J. Analysis of nonlinear twisting vibration characteristics of orthogonal curve-face gear drive [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2015, 37(5): 1499-1505.
- [9] PENG M, DESMIDT H A, ZHAO J. Parametric instability of face-gear drives meshing with multiple spur pinions[J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(12): 1-10.
- [10] ZANZI C, PEDRERO J I. Application of modified geometry of face gear drive[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(27/28/29): 3047-3066.
- [11] WANG Y Z, LAN Z, HOU L W, et al. A precision generating grinding method for face gear using CBN wheel[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79(9): 1839-1848.
- [12] WANG Y Z, LAN Z, HOU L W, et al. A precision milling method for a spur face gear using a five-axis computer nu-

merical control milling machine[J]. Journal of Engineering Manufacture, 2016, 30(8): 1440-1450.

[13] 靳广虎, 朱如鹏, 鲍和云. 正交面齿轮传动系统的非线性振动特性[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2010, 41(5): 1807-1813.

JIN Guanghu, ZHU Rupeng, BAO Heyun. Nonlineardynamical characteristics of face gear transmission system[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2010, 41(5): 1807-1813. (in Chinese)

[14] 陈广艳, 陈国定, 李永祥, 等. 含有面齿轮的传动系统动态响应特性研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2391-2396.

CHEN Guangyan, CHEN Guoding, LI Yongxiang, et al. Dynamic response analysis of gear drive with face-gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2391-2396. (in Chinese)

[15] 杨振, 王三民, 范叶森, 等. 面齿轮传动系统参数激励振动特性分析[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(1): 26-35.

YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen, et al. Vibration characteristics of face gear transmission system with parametric excitation[J]. Journal of Chongqing University, 2011, 34(1): 26-35. (in Chinese)

[16] 杨振, 王三民, 范叶森, 等. 正交面齿轮传动系统分岔特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(3): 107-110.

YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen, et al. Bifurcation characteristics of face gear transmission system[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(3): 107-110. (in Chinese)

[17] 李政民卿, 黄鹏, 李晓贞. 面齿轮轮齿刚度的计算方法及其影响因素分析[J]. 重庆大学学报, 2014, 37(1): 26-38.

LI Zhengminqing, HUANG Peng, LI Xiaozhen. A calculation method of the stiffness of face gear tooth and analysis of its influence factors[J]. Journal of Chongqing University, 2014, 37(1): 26-38. (in Chinese)

[18] 李晓贞, 赵庆斌, 朱如鹏. 圆柱齿轮修形的面齿轮传动系统动态特性[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 46(9): 3231-3237.

LI Xiaozhen, ZHAO Qingbin, ZHU Rupeng. Dynamics characteristics of face gear drive system for modifying pinion[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2015, 46(9): 3231-3237. (in Chinese)

(编辑: 叶 青)